

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	<b>Tải trọng tĩnh tương đương</b>	<b>3,50</b>
		Đặt lực $P = 1$ tại vị trí khối lượng $M$ và vẽ biểu đồ mômen ( $\overline{M}_1$ )	
		<p>The diagram shows a beam with supports at A, B, and D. A mass <math>M</math> is at the end. Dimensions are <math>3L</math>, <math>L</math>, <math>L</math>, <math>L</math>. A load <math>P=1</math> is applied at <math>M</math>. Equivalent static loads are shown at B and D: <math>V_C = 1</math> and <math>V_D = 2</math>.</p>	0,25
		<p>The bending moment diagram <math>\overline{M}_1</math> shows a linear distribution from 0 at A to <math>-L</math> at B, and a triangular distribution from 0 at D to <math>L</math> at M.</p>	0,75
		Tính chuyển vị đơn vị.	
$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{1}{EI} \times 3L \times L \times L \times \frac{1}{3} + \frac{1}{EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3}$ $+ 2 \times \frac{1}{EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} = \frac{2L^3}{EI}$	0,75		
Tần số dao động riêng:			
$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{EI}{2L^3}}$	0,25		
$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981 \times 2 \times 10^4 \times 7080}{25 \times 2 \times (200)^3}} = 18,6353 \text{ s}^{-1}$	0,50		

	<p>Chu kỳ dao động:</p> $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{18,6353} = 0,3372$	0,25
	$\Rightarrow \frac{\theta}{T} = \frac{0,02}{0,3372} = 0,0593 < 0,25 \text{ thuộc xung tức thời}$	0,25
	<p>Tải trọng tĩnh tương đương (do phần tải trọng động gây ra):</p> $P_{td} = P_m \times \theta \times \omega = 5 \times 0,02 \times 18,6353 = 1,8635 \text{ kN}$	0,50
	<p><b>Mômen uốn lớn nhất trong dầm</b></p>	<b>1,00</b>
<b>b</b>	<p>Tải trọng lớn nhất (Do tải trọng động + tải trọng tĩnh):</p> $P_{max} = P_{td} + Q_t = 1,8635 + 25 = 26,8635 \text{ kN}$	0,50
	<p>Mômen uốn lớn nhất trong dầm (Do tải trọng động + tải trọng tĩnh):</p> $M_{max} = P_{max} \times L = 26,8635 \times 2 = 53,727 \text{ kNm} = 5372,7 \text{ kNcm}$	0,50
	<p><b>Độ võng lớn nhất trong dầm</b></p>	<b>0,50</b>
<b>c</b>	<p>Độ võng lớn nhất trong dầm (Do tải trọng động + tải trọng tĩnh):</p> $y_{max} = P_{max} \times \delta_{11} = P_{max} \times \frac{2L^3}{EI}$ $= 26,8635 \times \frac{2 \times (200)^3}{2 \times 10^4 \times 7080} = 3,0354 \text{ cm}$	0,50
	<p><b>Tổng điểm câu 1</b></p>	<b>5,00</b>
<b>2</b>	<p><b>Ma trận mềm, ma trận khối lượng</b></p>	<b>1,75</b>
	<p>Đặt lực đơn vị <math>P = 1</math> tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen <math>(\overline{M}_1)</math>, <math>(\overline{M}_2)</math></p>	0,50

	$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{1}{EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} + \frac{1}{EI} \times 3L \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{3}$ $+ \frac{1}{EI} \times 3L \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{5L^3}{6EI}$	0,25
	$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{1}{EI} \times 3L \times \frac{L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{EI} \times 3L \times \frac{L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{1}{3} = 0$	0,25
	$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = \frac{1}{EI} \times 3L \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{9L^3}{2EI}$	0,25
	<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{6EI} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 27 \end{bmatrix}$	0,25
	<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 1: <math>m_1 = 2M</math></p> <p>+ <math>\Sigma m_i</math> theo phương 2: <math>m_2 = 4M</math></p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$	0,25
	<b>Tần số dao động riêng</b>	<b>2,25</b>
	<p>Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:</p> $\left[ [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right] = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$	0,25
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{6EI} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 27 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
<b>b</b>	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{6EI} \times \begin{bmatrix} 10-u & 0 \\ 0 & 108-u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{6EI}{ML^3} \quad (**)$	0,50
	$(*) \Leftrightarrow  A  = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 10-u & 0 \\ 0 & 108-u \end{vmatrix} = 0$ <p>Khai triển định thức thu được phương trình: <math>u^2 - 118u + 1080 = 0</math></p>	0,25
	<p>Giải phương trình, ta được:</p> $u_1 = 108 \quad \text{và} \quad u_2 = 10$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{6EI}{ML^3}}$	0,25

	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{6EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{108} \times \frac{6 \times 12}{0,03}} = \frac{10\sqrt{2}}{3} = 4,7140s^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{6EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{10} \times \frac{6 \times 12}{0,03}} = 15,4919 s^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo $\omega$ ): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,7140 \\ 15,4919 \end{Bmatrix} s^{-1}$	0,25
<b>c</b>	<b>Ma trận dạng dao động riêng</b>	<b>1,00</b>
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{0}{108 - u_i}$ (***)	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
	Với $u_1 = 108$ và $u_2 = 10$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = 0 \\ \varphi_{22} = 0 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	0,25
<b>Tổng điểm câu 2</b>		<b>5,00</b>